Semaine du 20/01 au 25/01.

1 Espaces vectoriels de dimension finie

1.1 Hyperplans et formes linéaires en dimension finie

- Si E est de dimension $n \in \mathbb{N}^*$, les hyperplans de E sont exactement les sev de dimension $(n-1)$.
- Équation cartésienne d'un hyperplan dans une base. Réciproquement, les ensembles définis par une condition de la forme $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = 0_{\mathbb{K}}$ avec $(a_1, \cdots, a_n) \neq 0$ sont des hyperplans.
- Unicité à un coefficient multiplicatif non nul près.
- Formes linéaires coordonnées dans une base $\mathcal{B}$. Base duale. C'est une base du dual !
- Si E est de dimension $n \in \mathbb{N}^*$, pour $m \in [\![1\,,\,n]\!]$, l'intersection de m hyperplans est de dimension au moins $(n-m)$.
- Si E est de dimension $n \in \mathbb{N}^*$, pour $m \in [\![1\,,\,n]\!]$, tout sev de dimension $(n-m)$ est l'intersection de m hyperplans.
- Système d'équations cartésiennes d'un sev.
- **En pratique**, les élèves doivent savoir manipuler des sev donnés par un système d'équations ou une famille génératrice finie et passer d'un point de vue à l'autre.
- Application : suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients complexes.

2 Matrices

2.1 Définition

- Une matrice à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ est une application de $[\![1\,,\,n]\!] \times [\![1\,,\,p]\!]$ dans $\mathbb{K}$.
- Notations usuelles : $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, L_i, C_j. Matrice ligne. Matrice colonne. Matrice nulle.
- Somme et produit par un scalaire.
- Matrices élémentaires $E_{k,l}$.
- $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est un espace vectoriel de dimension np et la base canonique est la famille $(E_{k,l})$.
- Transposée d'une matrice. La transposition est un isomorphisme « involutif ».
- Matrices (colonnes) d'un vecteur x de E dans une base $\mathcal{B}$ de E. Isomorphisme des coordonnées dans une base.
- Matrice d'une famille de vecteurs de E dans une base $\mathcal{B}$ de E.
- Matrice d'une application linéaire $u \in L(E,F)$ relativement à des bases $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$.
- Matrice I_n de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Matrice d'une forme linéaire.
- Isomorphisme entre $L(E,F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- Corollaire : $\dim(L(E,F)) = \dim(E) \times \dim(F)$.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

2.2 Produit matriciel

- Définition. Lien avec la composition des applications linéaires.
- Associativité. Distributivité. Bilinéarité. Transposée d'un produit.
- Produit de deux matrices élémentaires.
- Écriture $Y = AX$. Lien avec l'application linéaire canoniquement associée.

3 Prévisions

• Fin du chapitre.