Semaine du 03/02 au 08/02.

1 Matrices

- Matrice J_r de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. C'est une matrice de rang r.
- Si $u \in \mathcal{L}(E, F)$ est de rang r, il existe une base $\mathcal{B}$ de E et une base $\mathcal{C}$ de F telles que $Mat_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u) = J_r$.
- Matrices équivalentes.
- Une matrice est de rang r si et seulement si elle est équivalente à J_r.
- Invariance du rang par transposition.
- Rang d'une matrice extraite. Caractérisation du rang par les matrices carrées extraites.

2 Dérivation

2.1 Définitions

- Définition du nombre dérivé en a. Taux d'accroissement. Notations.
- Interprétation géométrique (pas de théorie).
- Exemples.
- Caractère local de la dérivation.
- Dérivabilité à droite, à gauche.
- Développement limité à l'ordre 1.
- Si f est dérivable en a alors f est continue en a.
- La dérivabilité à droite et à gauche implique la continuité.
- Fonction dérivée. Notation $\mathcal{D}(I, \mathbb{R})$.

2.2 Opérations sur les fonctions dérivables

- Opérations $+$, $\cdot$ et $\times$. L'algèbre $\mathcal{D}(I, \mathbb{R})$.
- Linéarité de la dérivation.
- Inverse et quotient.
- Composition et bijection réciproque.

2.3 Théorème de Rolle et accroissements finis

- Théorème de Rolle.
- Égalité des accroissements finis.
- Inégalité des accroissements finis.
- Soit $f : I \to \mathbb{R}$ dérivable. La fonction f est lipschitzienne ssi f' est bornée sur I.
- Variations des fonctions. CNS de monotonie. CNS de stricte monotonie.
- Théorème de la limite de la dérivée. Deux cas suivant que la limite est finie ou infinie.

2.4 Dérivées successives

- Fonctions n fois dérivables. Linéarité de la dérivation. Formule de Leibniz.
- $D^n(I, \mathbb{R})$ est une $\mathbb{R}$-algèbre.
- Fonctions de classe $\mathcal{C}^n$, de classe $\mathcal{C}^\infty$.
- Dérivées n-ième de certaines fonctions usuelles.
- Les ensembles $\mathcal{C}^n(I)$ et $\mathcal{C}^\infty(I)$ sont des $\mathbb{R}-$algèbres.
- Opérations sur les fonctions $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$: composition, inverse, bijection réciproque.

3 Prévisions

• Polynômes.

Augustin Louis Cauchy

Augustin Louis CAUCHY (1789-1857), est un mathématicien français connu notamment pour son Cours d'Analyse où il énonce et démontre, le plus rigoureusement possible pour l'époque, des théorèmes comme le théorème des valeurs intermédiaires (démonstration déjà finalisée par BOLZANO en 1817) et il essaie de définir rigoureusement les notions de limite, continuité et dérivabilité.

Bien qu'il se soit efforcé de donner des bases rigoureuses à l'analyse, il ne s'est pas interrogé sur l'existence du corps des nombres réels, établie plus tard par Georg CANTOR.