Semaine du 17/03 au 22/03.

1 Intégration et dérivation

1.1 Théorème fondamental

- Primitive d'une fonction sur un intervalle.
- Ensemble des primitives de f s'il en existe au moins une (sur un intervalle !).
- Pour f continue sur l'intervalle I, la fonction

$$x \mapsto \int_a^x f(t)dt$$

est l'unique primitive de f qui s'annule en a.
- **Théorème fondamental de l'analyse** : toute fonction continue sur un intervalle possède une primitive.
- Corollaire :
si f est continue et de signe constant sur un segment non trivial $[a,b]$ et si $\displaystyle\int_{[a,b]} f = 0$ alors $f = 0$. (Deuxième preuve)
- Corollaire :
on a $\displaystyle\int_a^b f(t)dt = \big[F(t)\big]_a^b = F(b) - F(a)$ pour toutes les primitives F de f.
- Corollaire (« propriété fondamentale des fonction de classe $\mathcal{C}^1$ » [1]) :
si f est de classe $\mathcal{C}^1$ alors $\displaystyle\int_a^x f'(t)dt = f(x) - f(a)$.
- **Application :** dérivation de $x \mapsto \displaystyle\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(t)dt$ où α et β sont dérivables et f continue.

1.2 Calcul de primitive et d'intégrales

- Intégration par parties pour des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
- Changement de variables (la fonction qu'on intègre doit être continue et la fonction φ du changement de variable doit être de classe $\mathcal{C}^1$).
- En particulier, changement de variable affine.
- Nombreux exemples. En particulier primitive de $x \mapsto \dfrac{1}{a^2+x^2}$ pour $a \in \mathbb{R}^*$ et des fonctions de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$.

1.3 Formules de Taylor

- Formule de Taylor avec reste intégral pour une fonction $\mathcal{C}^{n+1}$.
- Exemple d'utilisation avec la fonction cosinus.
- Inégalité de Taylor-Lagrange pour une fonction $\mathcal{C}^{n+1}$.
- Exemple d'utilisation avec la fonction exponentielle.
- Exemple d'utilisation avec la fonction $x \mapsto \ln(x+1)$.

1. Nom non officiel !

2 Systèmes linéaires

2.1 Définitions

- Matrice du système. Rang du système.
- Système homogène. Système homogène (S_0) associé à (S). Système compatible.
- Interprétation matricielle d'un système.
- Structure affine de l'ensemble des solutions (Pas de théorie).
- Définition d'un système de Cramer.
- Interprétation vectorielle des systèmes. Interprétation en termes de formes linéaires.

2.2 Opérations élémentaires

- Définitions.
- Les opérations élémentaires conservent le rang.
- Justification de l'algorithme de calcul du rang.
- Complexité de l'algorithme (pour une matrice carrée).
- Interprétation matricielle des opérations élémentaires.
- Justification de l'algorithme de calcul de l'inverse (avec terminaison et correction).
- Complexité de l'algorithme.
- $GL_n(\mathbb{K})$ est engendré par les transvections, les dilatations et les matrices de transpositions.
- $GL_n(\mathbb{K})$ est engendré par les transvections et les dilatations seulement !

2.3 Résolution d'un système linéaire

- Méthode du pivot de Gauss. Forme canonique obtenue. Équations de compatibilité.
- Complexité de l'algorithme (Pour un système de Cramer).

3 Prévisions

• Développements limités.