

Semaine du 31/03 au 05/04.

1 Exercices sur les DL et DA

2 Les fractions rationnelles

2.1 Construction et définitions

- La construction a été vue brièvement mais n'est pas exigible.
- Représentant. Représentant irréductible. Existence et unicité du représentant irréductible unitaire.
- Définition du degré d'une fraction rationnelle. Compatibilité avec le cas d'un polynôme.
- Propriétés du degré : somme et produit.
- Définition d'une racine d'une fraction rationnelle. Ordre de multiplicité.
- Définition d'un pôle d'une fraction rationnelle. Ordre de multiplicité.
- Fonction rationnelle.
- Dérivation d'une fraction rationnelle.

2.2 Décomposition en éléments simples

- Partie entière. Propriétés élémentaires.
- Écriture de $F \in \mathbb{K}(X)$ sous la forme d'une somme de la partie polaire de a et d'une fraction où a n'est pas pôle quand a est un pôle de F . Existence et unicité.
- Décomposition en éléments simples dans le cas de $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.
- Techniques usuelles pour déterminer les coefficients.
- Décomposition en éléments simples de $\frac{P'}{P}$ pour $P \in \mathbb{C}[X]$ non nul.
- Le théorème de GAUSS-LUCAS a été vu comme un corollaire mais n'est pas explicitement au programme.
- Décomposition en éléments simples sur \mathbb{R} : les élèves doivent connaître la forme de la décomposition mais la démonstration est admise et non exigible.

3 Équations différentielles

3.1 Cas général

- Écriture dans le cas général : $y' = \varphi(x, y)$ et $y'' = \varphi(x, y, y')$. Problème de CAUCHY associé.
- Vocabulaire de base.

3.2 Cas linéaire

- Équation différentielle linéaire d'ordre 1 et 2. EDL homogène associée.
- Structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène.
- Structure de l'ensemble des solutions de l'équation générale :

$$\mathcal{S} = f_{par} + \mathcal{S}_0.$$

- Principe de superposition.

3.3 Linéaire d'ordre 1

- Résolution complète des équations différentielles linéaires d'ordre 1 homogène.
- Méthode de la variation de la constante.
- Problème de CAUCHY : existence et unicité de la solution. Interprétation graphique.

3.4 Linéaire d'ordre 2 à coefficients constants

- Équation caractéristique.
- Résolution de l'équation homogène sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R} .
- Résolution de l'équation dans le cas où le second membre est de la forme $t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$ avec P un polynôme.
- Il existe une unique solution au problème de CAUCHY. (Preuve admise).

4 Prévisions

- Vacances!