

Semaine du 07/04 au 12/04.

1 Exercices sur les équations différentielles

2 Le groupe symétrique

- On note $E_n = \llbracket 1, n \rrbracket$ pour $n \in \mathbb{N}^*$. Définitions d'une permutation, du groupe symétrique S_n . Notations usuelles.
- (S_n, \circ) n'est pas commutatif dès que $n \geq 3$.
- Nombreux exemples.
- Définition d'une transposition.
- Support d'une permutation. Stabilité.
- Deux permutations à supports disjoints commutent.
- Définition d'un cycle.
- Inverse d'un cycle. Propriétés élémentaires.
- Un p -cycle c est un élément du groupe S_n d'ordre p : $c^p = Id$ et $c^k \neq Id$ pour $k \in \llbracket 1, p-1 \rrbracket$.
- Conjugué d'un cycle.
- Relation \mathcal{R}_σ sur E_n par action de $\sigma \in S_n$. Orbites.
- Ordre d'un produit de cycles à supports deux à deux disjoints.
- Décomposition d'une permutation (le cas de Id est particulier) en un produit de cycles à supports deux à deux disjoints. Unicité à l'ordre des facteurs près.
- En pratique, les étudiants doivent savoir décomposer une permutation donnée.
- Toute permutation est un produit de transpositions. Pas d'unicité!!
- Il existe un unique morphisme de groupes ε de (S_n, \circ) dans $(\{-1, +1\}, \times)$ tel que $\varepsilon(\tau) = -1$ pour toute transposition τ . (Existence admise)
- La signature est le seul morphisme non trivial de groupes de (S_n, \circ) dans $(\{-1, +1\}, \times)$.
- Permutation paire, impaire. Groupe A_n . Cardinal de A_n .

3 Convexité

- Définition et interprétation géométrique pour une fonction convexe.
- Fonctions concaves. Exemples.
- Inégalité de convexité à n points (Jensen).
- La fonction $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est convexe ssi la fonction τ_a est croissante pour tout $a \in I$.
- Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, dérivable. La fonction f est convexe ssi f' est croissante.
- Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, dérivable 2 fois. La fonction f est convexe ssi f'' est positive.
- Si f est convexe, \mathcal{C}_f est au dessus de chacune de ses tangentes.
- Traduction de ces résultats pour une fonction concave.

4 Prévisions

- Déterminants.