Semaine du 05/05 au 10/05.

1 Exercice sur les déterminants

2 Géométrie affine

2.1 Sous-espace affine d'un espace vectoriel

➻ Notion de points, de vecteurs. Écriture d'un vecteur sous forme d'une différence de points. Translations.
➻ Définition d'un sous-espace affine (sea). Direction d'un sea.
➻ Définition de la dimension du sea. Droite affine. Plan affine. Hyperplan affine. Parallélisme
➻ L'intersection de deux sea $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$, de direction F et G, est vide ou est un sea de direction $F \cap G$. Cas où $F + G = E$ et cas où $F \oplus G = E$.

2.2 Représentation d'un sea

➻ Repère cartésien. Coordonnées d'un point, d'un vecteur.
➻ Changement de repère.
➻ Équation cartésienne d'un hyperplan affine. Parallélisme. Exemple des dimensions 2 et 3.
➻ En dimension 3, l'intersection de deux plans affines non parallèles est une droite affine. Réciproquement, une droite affine peut s'écrire comme intersection de deux plans affines non parallèles.

2.3 Barycentres

➻ Définition. Propriétés élémentaires.
➻ Associativité du barycentre.
➻ Un sea est stable par passage au barycentre.

3 Espaces préhilbertiens réels

3.1 Définitions

➻ Formes bilinéaires symétriques. Produit scalaire. Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité.
➻ Définition d'un espace préhilbertien réel. D'un espace euclidien.
➻ Définition d'une norme.
➻ Exemples en dimension finie : $\|.\|_1$, $\|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$. Exemples en dimension infinie : $\|.\|_1$, $\|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$.
➻ Distance associée à une norme (Point de vue affine).
➻ Norme euclidienne. Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.
➻ Pour $n \geqslant 2$, $\|.\|_1$ et $\|.\|_\infty$ ne sont pas des normes euclidiennes.
➻ Identités de polarisation. Identité du parallélogramme.

3.2 Orthogonalité

➻ Vecteurs orthogonaux. Vecteur normé. Théorème de Pythagore.
➻ Orthogonal d'une partie.
➻ Famille orthogonale. Famille orthonormale.
➻ Une famille orthogonale de vecteurs tous non nuls est libre. En particulier, une famille orthonormée est libre.
➻ Dans une BON, le calcul du produit scalaire, de la norme, de la distance à partir des coordonnées se fait comme dans $\mathbb{R}^n$ muni du produit scalaire canonique.

- Un espace euclidien admet toujours une BON.
- Orthonormalisation de Schmidt : Existence et unicité en imposant le signe strictement positif.

3.3 Sev orthogonaux

- Définition. Exemples.
- Si $E = F \oplus G$ et que F et G sont orthogonaux alors $G = F^{\perp}$.

- Th fondamental : $F \oplus F^{\perp} = E$ dans le cas où F est de dimension finie. On dit alors que $F^{\perp}$ est le supplémentaire orthogonal.

4 Prévisions

- Fin du chapitre
- Séries numériques