Semaine du 12/05 au 17/05.

1 Espaces préhilbertiens réels

1.1 Sev orthogonaux

➽ Définition. Exemples.
➽ Si $E = F \oplus G$ et que F et G sont orthogonaux alors $G = F^{\perp}$.

➽ Th fondamental : $F \oplus F^{\perp} = E$ dans le cas où F est de dimension finie. On dit alors que $F^{\perp}$ est le supplémentaire orthogonal.

➽ Corollaire : $(F^{\perp})^{\perp} = F$ si F est un sev de dimension finie.
➽ Corollaire : $\dim(F) + \dim(F^{\perp}) = \dim(E)$ si E est un espace euclidien.
➽ On peut compléter une famille orthonormale en BON dans un espace euclidien.
➽ Applications aux hyperplans : équations, vecteur normal.

1.2 Projections orthogonales

➽ Définition d'une projection orthogonale sur F si $E = F \oplus F^{\perp}$. En particulier si F est de dimension finie !
➽ Expression de la projection orthogonale sur F à l'aide d'une BON de F si F est de dimension finie.
➽ Expression de la projection orthogonale sur une droite, sur un hyperplan.
➽ Distance à une partie. La projection orthogonale vectorielle réalise la distance d'un vecteur à un sev.
➽ Expression de la distance à un hyperplan vectoriel.

2 Séries numériques

2.1 Généralités

On considère ici des séries à termes dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
➽ Définitions : série, terme général, sommes partielles, nature.
➽ Série géométriques (Rappel).
➽ On ne change pas la nature en modifiant un nombre fini de termes.
➽ Combinaison linéaires de séries convergentes. Conjugué.
➽ Toute suite peut être vue comme une série et la suite (u_n) est de même nature que la série de terme général $(u_{n+1} - u_n)$.
➽ Reste d'ordre n pour une série convergente.
➽ Le terme général d'une série convergente tend vers 0. Divergence grossière.
➽ Réciproque fausse : série harmonique (Rappel).

2.2 Séries à termes positifs

➽ La série converge si et seulement si la suite des sommes partielles est majorée.
➽ Domination, comparaison et équivalents pour des séries à termes positifs.
➽ Formule de Stirling.
➽ Comparaison série-intégrale : conformément au programme officiel, il n'y a pas de théorème au programme mais il faut savoir adapter la méthode à chaque cas rencontré.
➽ Étude de la nature des séries de Riemann et « règle du n^{α} ».
➽ A titre d'exercice, nous avons vu les séries de Bertrand (A refaire en pratique car HP).

➽ A titre d'exercice, nous avons vu comment en déduire un équivalents simples des restes des séries de Riemann dans le cas convergent (A refaire en pratique car HP).

2.3 Séries à termes quelconque

- ➽ Séries absolument convergentes.
- ➽ Toute série absolument convergente est aussi convergente.
- ➽ Domination d'une série complexe par une série à termes positifs.
- ➽ Définition de l'exponentielle complexe.
- ➽ Théorème des séries alternées. Signe et majoration en valeur absolue de la somme et des restes.
- ➽ A titre d'exercice, nous avons vu un exemple de sommation par paquets (ou tranches).
- ➽ A titre d'exercice, nous avons vu la transformation d'Abel (A refaire en pratique car HP).

3 Prévisions

• Dénombrement et probabilités