

Semaine du 04/11 au 09/11.

1 Révisions : exercices dont le thème est la résolution d'équations et d'inéquations dans $\mathbb{R}$ ou dans $\mathbb{C}$

2 Exercices sur le chapitre précédent : L'ensemble $\mathbb{N}$

3 Structures algébriques

3.1 Loi de composition interne

- Définition d'une loi de composition interne.
- Associativité. Commutativité. Exemples.
- Définition d'un élément neutre. Unicité.
- Définition d'un inverse (ou d'un symétrique) d'un élément.
- Unicité dans le cas où la loi est associative. On note alors x^{-1} cet unique inverse en cas d'existence (notation multiplicative) ou $-x$ dans le cas d'une notation additive et on parle de l'opposé de x .
- Définition et propriétés des loi définies sur un produit cartésien et sur $\mathcal{F}(X, E)$ pour X un ensemble quelconque.

3.2 Notion de groupe

- Définition d'un groupe. Groupe abélien. Exemples.
- Soit X est un ensemble. On note S_X l'ensemble des bijections de X dans lui-même. $(S_X, \circ)$ est un groupe appelé groupe des permutations de X .
- Dans un groupe, on a existence et unicité de l'inverse, on peut simplifier et pour deux éléments x et y du groupe, $(x \star y)^{-1} = y^{-1} \star x^{-1}$.
- Définition d'un sous-groupe. Caractérisation. Exemples.
- Un sous-groupe est un groupe pour la loi induite.
- Intersection d'un nombre quelconque de sous-groupes.
- Pour toute partie A d'un groupe $(G, \star)$, il existe un plus petit sous-groupe de G contenant A . On le note $\langle A \rangle$ et on dit que c'est le sous-groupe de G engendré par la partie A .
- Produit cartésien de groupes.
- Soient G un groupe et X un ensemble (non vide). L'ensemble $\mathcal{F}(X, G)$ possède une structure canonique (naturelle) de groupe.

3.3 Morphisme

- Morphisme de groupes. Propriétés : image du neutre, image de l'inverse.
- La composée de deux morphismes est un morphisme.
- Isomorphisme. Automorphisme. L'application réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.
- Image directe d'un sous-groupe, image réciproque d'un sous-groupe.
- Image d'un morphisme. Noyau d'un morphisme. Application à l'injectivité et à la surjectivité.

3.4 Structure d'anneau

- Définition d'un anneau.
- Règles de calcul dans un anneau.
- Exemples. Cas de l'anneau nul.
- Anneau intègre.
- Notations $n.x$ et x^n pour $x \in A$ et $n \in \mathbb{N}$. Extension à $n \in \mathbb{Z}$ lorsque c'est possible.

4 Prévisions

- Fin du chapitre.
- Arithmétique dans $\mathbb{Z}$.