Semaine du 25/11 au 30/11.

1 Les réels

1.1 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Liste de tous les types d'intervalles. Intervalles fermés, intervalles ouverts. Intervalle non trivial.
- Définition d'une partie convexe de $\mathbb{R}$.
- Théorème : Une partie A de $\mathbb{R}$ est convexe ssi c'est un intervalle.

1.2 Partie entière d'un réel

- Propriété d'Archimède.
- Définition de la partie entière (existence et unicité). Notation $\lfloor x \rfloor$ et $E(x)$.
- Caractérisation de $\lfloor x \rfloor$ comme étant le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x.
- Résultats élémentaires sur les parties entières.
- Partie fractionnaire. Caractérisation.
- Courbes des fonctions E et $frac$.
- Approximation à ϵ près d'un réel. Approximation décimale d'un réel à 10^{-n} près.
- Pour A une partie de $\mathbb{R}$, on dit que A est dense dans $\mathbb{R}$ si, pour tout couple $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a < b$, il existe un élément de A entre a et b.
- Les ensembles $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$.

2 Les suites réelles

2.1 Généralités

- Définition d'une suite. Opérations sur les suites. Structure d'anneau.
- Relation d'ordre.
- Suites minorées, suites majorées et suites bornées.
- L'ensemble des suites bornées est stable par addition, multiplication et multiplication par un réel. Sous-anneau.
- Monotonie. Suites stationnaires. Extension des notions « à partir d'un certain rang ».

2.2 Limite d'une suite

- Définition de la limite d'une suite. Convergence. Divergence.
- Unicité de la limite (2 preuves).
- Une suite convergente est bornée.
- Divergence vers $\pm\infty$.

2.3 Limites et encadrement

- Le produit d'une suite bornée et d'une suite qui converge vers 0 converge vers 0.
- Une suite qui converge vers $l \in]k, k'[$ à ses termes dans $]k, k'[$ à partir d'un certain rang.
- Passage à la limite dans les inégalités.
- Théorème de majoration d'une suite positive par une suite qui converge vers 0.
- Théorème d'encadrement.

➽ Théorème de majoration d'une suite par une suite qui diverge vers $-\infty$. Théorème de minoration d'une suite par une suite qui diverge vers $+\infty$.

2.4 Caractérisations séquentielles

➽ Caractérisation séquentielle de la densité.
➽ Caractérisation séquentielle de la borne sup/inf.

2.5 Opérations sur les suites convergentes

➽ Décalage des indices.
➽ Opérations usuelles sur les suites convergentes.
➽ Opérations avec les suites qui divergent vers $\pm\infty$.

3 Prévisions

• Fin du chapitre.